



Švenčionių Z. Žemaičio gimnazija



Matematika ir mes

Nr. 10

*Matematika, kaip dailė ir
poezija, yra savaip graži
/N. Žukovskis/*

Matematikos mokytojų leidinys

Jaunųjų matematikų olimpiada

Jau tapo tradicija, kad mūsų gimnazijoje gruodžio mėnesio pradžioje matematikos mokytojai organizuoja matematikos savaitę. Mokiniai turi galimybę išbandyti save mokyklinėje olimpiadoje, įvairiuose konkursuose. Šiais mokslo metais buvo organizuojamos olimpiados 8 klasių ir 1 - 4 gimnazijos klasių mokiniams. Iš viso buvo 50 dalyvių: 11 aštuntokų, 11 – 1 gimn. klasių mokinių, 7 – 2 gimn. kl. mokiniai, 12 – 3 gimn. kl. mokinių ir 9 – 4 gimn. kl. mokiniai. Užduotis rengė gimnazijos matematikos mokytojai. Pateikiu keletą olimpiadinių užduočių, kurias turėjo įveikti olimpiečiai:

Parodykite, kad $4^{15}-4^{13}+4^{14}$ dalijasi iš 19.

Į trikampį įbrėžtas lygiagretainis, kurio smailusis kampas sutampa su trikampio kampu. Lygiagretainio kraštinių santykis 3:1, o trikampio kraštinių, sudarančių tą kampą, ilgiai yra 24 cm ir 36 cm. Apskaičiuokite lygiagretainio kraštinių ilgus.

Išspręskite nelygybę $x^8-6x^7+9x^6-x^2+6x-9\leq 0$

Pabandykite išspręsti!



Džiaugiuosi, kad dauguma mokinių įveikė olimpinį „startą“ ir sėkmingai pasiekė „finišą“. Sveikiname olimpiados

I vietos nugalėtojus: Arną Martinkėną (8b kl.), Moniką Bagdonaitę (1b gimn. kl.), Ievą Guigaitę (2a gimn. kl.), Viktoriją Sodaunykaitę (3b gimn. kl.), Indrę Markevičiūtę (4c gimn. kl.);

II vietos nugalėtojus: Ernestą Palskį (8b kl.), Gabrielą Ratabylską (8c kl.), Jovitą Burokaitę (1c gimn. kl.), Kotryną Druteikaitę (1b gimn. kl.), Rusnę Tepliakovaitę (2a gimn. kl.), Mindaugą Kuliešių (3 b gimn. kl.), Ričardą Martinkėną (3b gimn. kl.), Katažiną Platonovą (4c gimn. kl.);

III vietos nugalėtojus: Audronę Dambrauskaitę (8a kl.), Urtę Kujalytę (8c kl.), Herbertą Šekštelo (8c kl.), Justą Činčiką (1b gimn. kl.), Agnę Juknevičiūtę (1b gimn. kl.), Arną Ambrasą (2c gimn. kl.), Rasą Binderytę (3b gimn. kl.), Agnę Paulavičiūtę (3c gimn. kl.), Igną Čepulkovskį (4b gimn. kl.).



Daugelis nugalėtojų gynė gimnazijos garbę rajoninėje matematikos olimpiadoje.

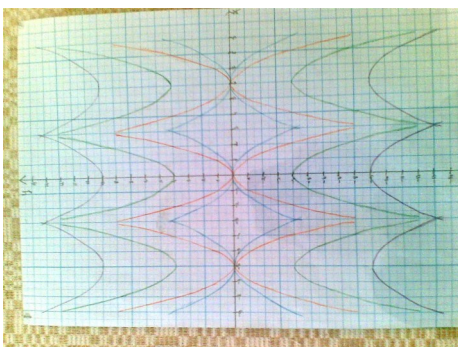
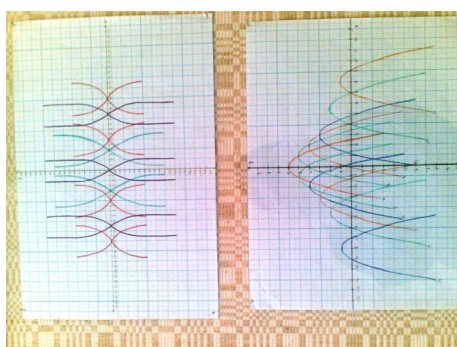
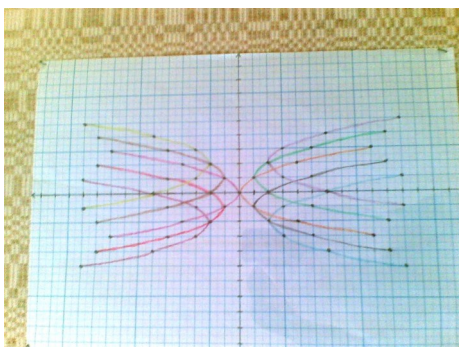
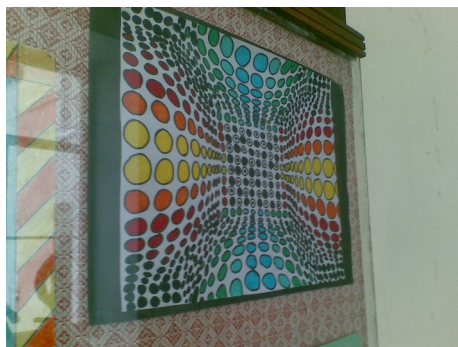
Sveikiname rajono matematikos olimpiados nugalėtojus:
 Arną Ambrasą, užėmusį **III vietą tarp antrųjų gimnazijos klasių mokinių**, pirmosios vietos neskirtos (mokytoja Lina Grybauskienė);
 Indrę Markevičiūtę, užėmusią **III vietą tarp ketvirtųjų gimnazijos klasių mokinių** (mokytoja Laimutė Gumovskaja).

Sėkmės ateities startuose! O mokytojams kantrybės, ištvėmės bei išmanumo!

Gimnazijos direktoriaus pavaduotoja ugdymui Jolanta Paulavičienė

Figūrų ir grafikų transformacijos

2 - 4 gimnazijos klasių mokiniai parengė kūrybinius projektus apie figūrų bei funkcijų grafikų transformacijas. Darbai buvo eksponuojami gimnazijoje vykusiose „Figūrų transformacijos“ ir „Funkcijų grafikų transformacijos“ parodose. Parodų akimirkos



Matematikos mokytoja metodininkė Laimutė Gumovskaja



Konkursas „Linksmosios septintokų estafetės“

Siekiant populiarinti matematikos dalyką gimnazijoje organizuojami įvairiausi konkursai. Svarbu, kad per žaidimą mokiniai gebėtų pamatyti įvairias matematikos puses, pastebėtų, koks svarbus yra matematikos dalykas. Vykstant tradicinei matematikos savaitei, gruodžio 12 d. septintų klasių mokiniams buvo organizuotas konkursas „Linksmosios septintokų estafetės“.

Šio konkurso metu varžėsi trys septintų klasių komandos. Mokiniai stebino savo išradingumu bei sąmoju. Komandos sukūrė įdomias emblemas, prisistatymus, sprendė problemas taikydami įvairiausius matematinius simbolius, atliko kūrybines užduotis. Tarpusavyje rungėsi ir komandų kapitonai. Atlikdami užduotis mokiniai turėjo pasitelkti ne tik žinias, bet ir matematinę logiką. Kiekviena komanda stengėsi būti geriausia, todėl rezultatai buvo panašūs. Renginį vedė ir jam teisėjavo 8c klasės mokinės. Mokinių atsiliepimai apie renginį yra puikūs. Mokiniai mano, kad renginio metu jie galėjo išreikšti save, parodyti savo gebėjimus ir pamatyti spragas.

Asta Abramovičienė, matematikos mokytoja metodininkė

Matematikos konkursas „Magiškieji skaičiavimai“

Kiekviename konkurse yra laimėtojai ir pralaimėjęsiję. Dėl to nusiminti nereikėtų. E. Jensen knygoje „Tobulas mokymas“ rašo: „Nesėkmių nebūna... Kaskart ištikus „nesėkmei“, šio to ir išmokstama; ir kad kiekvienas atsitikimas yra vertingas ir reikalingas mokymuisi. Nesėkmė – tikrai mokymosi momentas. Klaidos – tai puiki grįžtamoji informacija ir galimybė augti. Mes galime jomis teigiamai pasinaudoti ir iš jų pasimokyti.“ Taigi konkursas – būdas patikrinti savo gebėjimus, orientaciją, pasimokyti iš kitų ir savo klaidų.



Gruodžio 10 dieną visų šeštų klasių mokiniai buvo sutikti žodžiais: „Sveiki, susirinkę į šį renginį, kurį skiriame matematikai. Matematika – mokslų karalienė. Ji tvarko žmogaus protą, įkvepia kūrybai. Visas žmonių gyvenimas, pradedant vaikyste ir baigiant žilą senatvę, susijęs su matematika.“ Taip prasidėjo konkursas „Magiškieji skaičiavimai“, kuriame dalyvavo trys komandos po penkis mokinius: „Gudručiai“ (6a klasė), „Skaičiai“ (6b klasė), „2H2“ (6c klasė). Komandos pateikė komisijai savo emblemas ir prisistatė. Toliau vyko uždavinių sprendimo, galvosūkių ir kryžiažodžių konkursai, dėlionė, estafetės. Kad mokiniai nepavargtų nuo uždavinių sprendimo, būtų mažiau įtampos, per pertraukas vedėja pateikė įdomių klausimų, pavyzdžiui: „Ar faraonai mėgo magiškus skaičius?“ Pasirodo, mėgo, nes mokslininkai vienoje Egipto piramidės akmeninėje antkapio plokštėje rado skaičių 2520. Mes žinome, kad šis skaičius dalijasi be liekanos iš visų natūraliųjų skaičių nuo 1 iki 10. Galbūt dėl to faraonai parodė jam ypatingą dėmesį. Minėtos savybės neturi joks kitas skaičius, mažesnis negu 2520. Taigi mokiniai turėjo galimybę sužinoti įdomių dalykų, apie kuriuos anksčiau gal net nebuvo girdėję. Komisijai susumavus taškus, paaiškėjo, kad pirmąją vietą laimėjo 6c klasės komanda „2H2“. Visoms komandoms buvo įteikti padėkos raštai ir atminimo prizai.

Konkursas baigėsi, paskelbti rezultatai, laimėtojai, be abejo, džiaugiasi. Tačiau ne tai yra svarbiausia – renginys visus tarsu subūrė, draugams geriau atlikus užduotį kiti iš jų mokėsi, tobulėjo, stengėsi neatsilikti. Tai liudija ir mokinių mintys, užrašytos po renginio: „Įdomios užduotys, puikiai praleistas laikas...“, „Kai kurios užduotys buvo sunkios, bet mums patiko...“, „Mielai sudalyvaučiau dar kartą. Labai patiko.“

Informacinių technologijų ir matematikos viktorina „Kas? Kur? Kada?“

2012 m. gruodžio 12 d. į informatikos kabinetą varžytis informacinių technologijų -matematikos viktorinoje „Kas? Kur? Kada?“ susirinko 20 šauniasių devintokų. Labiausiai nerimavo 1d klasės mokinių komanda. Prieš renginį jiems kilo nemažai klausimų: „Ar sugebėsime kryptingai mąstyti ir argumentuotai reikšti savo mintis? Ar pakankamai įgijome patirties mokymdamiesi IKT skirtingose mokyklose?“



Trumpi viktorinos klausimai reikalavo trumpo ir aiškaus atsakymo. Reikėjo prisiminti ne tik devintos klasės kursą, bet panaudoti žinias, įgytas 5-8 klasėse. Viktorinai įpusėjus atsirado ir matematikos užduotis: dešimtainius skaičius reikėjo išreikšti dvejetainė skaičiavimo sistema ir atvirkščiai. Reikėjo būti atidiems - padaryta net ir mažiausia klaida turėjo įtakos rezultatui! Greičiausiai šią užduotį įveikė 1d klasės komanda. Tai suteikė jiems pasitikėjimo savimi - ir toliau jie sklandžiai dirbo komandoje, žaibiškai atsakinėjo į klausimus, išsiveržė į priekį ir laimėjo 1-ąją vietą.

Manau, kad toks renginys reikalavo ne tik IKT žinių ir mokėjimų bei komandinio darbo įgūdžių, bet ir sudomino mokinius, suteikė galimybę maloniai praleisti laiką.

Informacinių technologijų mokytoja metodininkė Marija Gučienė

KENGŪRA 2013

Šių metų kovo 21 dieną vyko tarptautinis matematikos konkursas „Kengūra 2013“. Šiame konkurse galėjo dalyvauti kiekvienas mokinys nepriklausomai nuo jo matematinių žinių. Pateiktos įvairios loginės matematikos užduotys, kurias dalyvis turėjo įveikti per 75 minutes. Kadangi užduočių kiekis buvo didelis, kiekvienai iš jų teko vos po kelias minutes. Tai puiki proga patikrinti savo matematinius gebėjimus, sumanumą. Mokiniai turėjo puikią progą paspręsti panašių užduočių iš J. Mačio išleistų knygelių „Kengūra“. Taip pat jie gali išbandyti save ir internetiniame puslapyje <http://www.kengura.lt> spręsdami bandomasias užduotis bei pamatyti, kokią vietą pagal sprendimus užimtų atitinkamais metais, jei dalyvautų konkurse.

Šiais mokslo metais iš mūsų gimnazijos užsiregistravo dalyvauti 9 mokiniai Bičiulių grupėje, 5 mokiniai – Kadetų grupėje, 8 mokiniai – Juniorų grupėje, 11 mokinių – Senjorų grupėje.

Džiaugiamės ir sveikiname mokinius, patekusius į rajono dešimtuką:

Bičiulių grupėje - Luką Pošiūną (1 vieta), Dovilą Dicevičių (2 vieta), Igną Bagdoną (10 vieta);

Kadetų grupėje (7 kl.) - Mingaudą Matuką (1 vieta);

Kadetų grupėje (8kl.) - Ernestą Palskį (10 vieta);

Juniorų grupėje (9 kl.) - Kamilę Razmytę (2 vieta); Jovitą Burokaitę (9 vieta)

Juniorų grupėje (10 kl.) - Rusnę Tepliakovaitę (4 vieta), Arną Ambrasą (6 vieta);

Senjorų grupėje (11 kl.) - Povilą Viniką (8 vieta), Jevgeniją Petrovą (10 vieta);

Senjorų grupėje (12 kl.) - Mindaugą Dabrį (5 vieta), Igną Čepulkovskį (6 vieta), Ritą Slabadaitę (9 vieta).

Taip pat sveikiname visus matematikos mokytojus, kurie mokymdami, ruošdami konkursui prisidėjo prie šių gražių rezultatų!

Sėkmės, sumanumo ir gražių laimėjimų!

Gimnazijos direktoriaus pavaduotoja ugdymui Jolanta Paulavičienė

PAMOKOS STRUKTŪRA

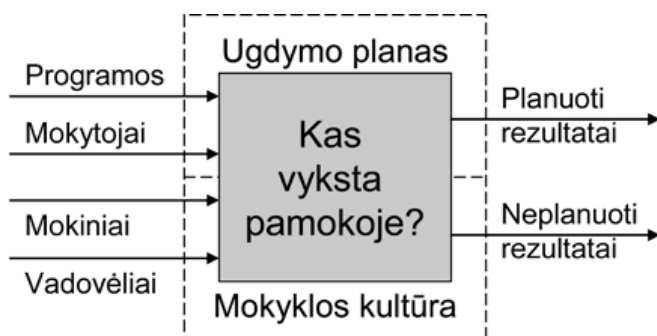
Šiais mokslo metais kaip ir kasmet matematikos metodinės grupės veikla neapsiribojo įvairiais konkursais, viktorinomis bei olimpiadomis. Posėdžių ir susirinkimų metu aptarėme ugdymo diferencijavimą ir individualizavimą, darbą su specialiuju poreikių mokiniais, pamokos struktūrą ir kt. Daugiausia diskusijų kilo dėl pamokos struktūros.

Patoka yra toks privalomas ir savaime suprantamas mokyklinio gyvenimo elementas, kad kai kurie švietimo terminų žodynai net nebando jos apibrėžti. O tie, kurie bando, apibrėžia labai trumpai ir panašiai: „pamoka yra mokymo periodas“, „mokymo vienetas per laiko vieneta“ arba „pagrindinė mokymo forma, ribojama laiko vienetu“. Tik 2011–2013 metų pradinio, pagrindinio ir vidurinio ugdymo programų Bendruosiuose ugdymo planuose pamokos apibrėžimas šiek tiek išplėstas: ji apibūdinta kaip „pagrindinė nustatytos trukmės nepertraukiamo mokymosi organizavimo forma“.

„Mokymo(si) formos per laiko vieneta“ stebėjimas tampa pagrindiniu įrodymų šaltiniu vertinant mokyklų veiklos kokybę. Dažnėjant šio vertinimo atvejų daugėja ir abejonių, kiek jis adekvatus ir priimtinas, tiksliau, kiek priimtina tai, kuo jis grindžiamas, t. y. geros pamokos samprata. Vertintojų naudojama samprata daro įtaką tam, kaip dirba mokytojai, tad verta ją pasiaiškinti.

Pagrindinės išvados

- Šiuolaikinės ugdymo psichologija ir edukologija yra sukaupusios daug žinių apie veiksmingus pamokos organizavimo būdus ir metodus, tačiau jokie tyrimai neteikia vienareikšmių ir privalomų nurodymų, kokia turėtų būti gera pamoka.
- Teoretikai pamokas aprašo įvairiais būdais: pateikdami struktūrinius modelius, mokymo ir ugdymo modelius, principus, geros pamokos požymius. Tai vertingas idėjų šaltinis, tačiau ne receptai, kurie garantuotų kiekvienos pamokos sėkmę.
- Sprendimą, ar pamoka gera, lemia mūsų pasirinkti vertinimo kriterijai. Būtų gerai, jei to, kas vyksta pamokoje, priimtinaumą vertintume atsižvelgdami į sąlygas (mokinius, mokytojus, programas, vadovėlius, mokyklos kultūrą), ugdymo tęstinumą (ryšį su kitomis pamokomis) ir rezultatus (žr. iliustraciją apačioje).



• Mokyklų veiklos kokybės išorės vertintojų šiuo metu naudojamas pamokos stebėjimo protokolai nurodo sutartus vertinti aspektus, tačiau neteikia universalios geros pamokos scenarijaus-recepto. Protokolo struktūra yra pakankamai universali ir talpi, kad tiktų įvairiausioms pamokoms vertinti. Jeigu protokolo turinys vis dėlto trikdo mokytojus, planuojančius pamokas, gal tiesiog trūksta diskusijų ir susitarimų dėl gero mokymo sampratos.

Ar pamokos kokybę lemia „teisingas“ struktūrinis modelis?

Remiantis tradicine pedagogika manoma, kad gerai pamokai būdinga aiški ir pagrįsta struktūra. Laikui bėgant struktūrinių modelių mados gali keistis, tačiau visoms joms būdingas polinkis tam tikrą algoritminį modelį, tai yra mokymo veiklų sekas, laikyti tobulu, tinkamu visais atvejais ir privalomu. Vieną iš tokių norminių modelių, prasidedantį namų darbų tikrinimu ir praėjusios pamokos kartojimu, o pasibaigiantį namų darbų skyrimu, yra patyrę visi Lietuvos suaugusieji. Šis tradicinis pamokos struktūros modelis kildinamas iš tiesioginio mokymo metodo, padariusio turbūt didžiausią įtaką įsivaizdavimui, kokia pamokos struktūra yra gera. Jo esmė – mokytojo(s), kurie atlieka pagrindinio informacijos šaltinio ir veiklos modelio vaidmenį, suplanuotas ir kontroliuojamas mokymasis. Metodui būdinga ilgai tobulinta ir nusistovėjusi nuoseklių veiklų sistema:

Ši struktūra gali būti įgyvendinama nuo pradžios iki pabaigos vienoje pamokoje (dažniausiai taip būna pradinėse klasėse) arba išdėstoma per kelias pamokas. Kai kurios privalomos metodo veiklos gali kartotis, pavyzdžiui, dalies naujos medžiagos pateikimas – supratimo tikrinimas – nauja informacijos porcija – vėl supratimo tikrinimas. Dėl nuolatinio grįžtamojo ryšio reikalavimo metodas dar vadinamas interaktyviuoju mokymu, o dėl būtinybės nuolat stebėti, analizuoti ir koreguoti mokinių veiklą – aktyviuoju mokymu. Tiesioginio mokymo algoritmas yra toks pagrįstas ir aiškus, kad neretai tapatinamas su gera pamokos struktūra, o kiti mokymo(si) metodai – diskusijos, mokymasis bendradarbiaujant, patirtinis mokymasis – tik integruojami į šią struktūrą. Tačiau šis algoritmas nėra universalus – jis veiksmingas, kai mokymosi tikslai yra labai konkretūs, lengvai paaškinami mokiniams, pasiekiami ir pamatuojami. Veiksmingiausiai taikomas mokiniams, kuriems sunkiai sekasi mokytis pamatinių dalykų – suvokti naują informaciją ar įgyti įgūdžių. Metodas nelabai tinka subjektyvioms ir kontraversiškomis temoms, sudėtingiems gebėjimams ugdyti ir giluminiais nuostatų pokyčiams sukelti, taip pat gabiems ir savarankiškiems mokiniams. Bet jis yra vienas ekonomiškiausių, todėl neretai pasirenkamas ne dėl tinkamumo, o dėl laiko trūkumo. Tiesioginio mokymo pamokos yra „uždaros“ – turi aiškiai apibrėžtą pradžią (tikslų formulavimą) ir pabaigą (rezultatų patikrinimą bei sėkmės įvertinimą), o rezultatai matuojami atitikimu tikslams. Visos kitos veiklos pamokoje skirtos kuo veiksmingiau pasiekti tikslą. Dėl to šios pamokos atrodo labai nuoseklios, logiškos, „metodiškos“. Visai kitaip, netgi atvirkščiai, dėstomos natūralų

mokymąsi imituojančių pamokų dalys. Savaiminis mokymasis yra patirtinis – pirma kas nors įvyksta gyvenime, paskui suvokiama ir apmąstoma. Kartais mokytiis priverčia gyvenimo uždaviniai ir problemos, su kuriais susiduriame. Šis mokymasis yra

Tiesioginio mokymo pamokos struktūra

Pamokos dalis	Veiklos
1. Sutelkimas ir nukreipimas	A) Trumpute įvadine užduotimi, atviru klausimu ar kt. sudominama ir padedama susikaupti pamokai. B) Paaiškinama, ko bus mokomasi šioje pamokoje ir kokių rezultatų tikimasi – ką mokiniai pamokos pabaigoje turėtų žinoti ir / ar gebėti. C) Siekiant sukelti entuziazmą, informuojama apie pamokos naudą, ryšį su mokinių interesais, smagias patirtis ir pan.
2. Pasirengimo patikrinimas	Patikrinama, pakartojama, primenama pamokai būtinos žinios ir gebėjimai, įgyti praėjusioje pamokoje, anksčiau ar kitur.
3. Naujos medžiagos pateikimas	Pateikiama nauja informacija – pasakojimai, sąvokos, idėjos, iliustracijos, formulės, apibrėžimai, modeliai ir kt. Supratimui pagerinti naudojama papildoma informacija – paaiškinimai, iliustracijos, palyginimai. Jei reikia, parodoma, kaip ką nors atlikti (modeliuojama veikla). Pakartojant pabrėžiama tai, kas svarbiausia.
4. Supratimo patikrinimas	Užduodami klausimai mokinių supratimo lygiui nustatyti ir suvokimo klaidoms bei spragoms ištaisyti.

Pamokos dalis	Veiklos
5. Supratimo taikymo mokymas	Skiriamos naujos informacijos taikymo, įgūdžių ir gebėjimų ugdymosi užduotys. Pirmosios atliekamos mokytojams vadovaujant ir stebint, vėlesnės – savarankiškai.
6. Vertinimas ir apibendrinimas	Patikrinama, kaip mokiniams sekėsi atlikti užduotis. Komentuojama, taisomos klaidos, vertinama. Jei reikia – mokoma iš naujo, jei išmokta sėkmingai – trumpai aptariama, ko išmokta, kodėl tai svarbu. Tai darant remiamasi mokinių refleksija.
7. Įtvirtinimo užduotys	Skiriami namų darbai, pagrįsti pamokoje išmoktais dalykais ir juos įtvirtinantys, arba numatoma pamokos tąsa kitą dieną.

„atviras“ – negalime numatyti jo rezultatų, dažnai – ir trukmės. Savaiminio mokymosi dėsniais pagrįstos vaidmeninių žaidimų, socialinės dramos, imitacijų, diskusijų, mokymosi tyrinėjant, mokymosi atrandant ar probleminio mokymosi pamokos.

Vaidmeninių žaidimų ir socialinės dramos pamokos struktūra

Pamokos dalis	Veiklos
1. Sutelkimas ir motyvavimas	Pamokos temos, klausimo ar problemos pristatymas, situacijos apibūdinimas. Dažniausiai – po trumpo apšilimo, tai yra užduoties – „ledlaužio“.
2. Užduoties paaiškinimas	Žaidimo ar vaidinimo taisyklių paaiškinimas, vaidmenų apibūdinimas ir paskirstymas, reikalingų priemonių išdalinimas, aplinkos pertvarkymas.
3. Žaidimas ar vaidinimas	Dalyviai atlieka savo vaidmenis pagal taisykles ar nurodytą siužetą. Mokytoja(s) ir stebėtojai įsidėmi ar fiksuoja elgesį ir žodžius. Komandos ir vaidmenys gali būti kelis kartus keičiami.
4. Patirties refleksija	Prisimenama, analizuojama, vertinama tai, kas vyko pamokoje (veiksmai, žodžiai, mintys, emocijos) pagal: a) mokytojo(s) iš anksto paruoštus klausimus; b) situacinius klausimus, kylančius mokiniams ir mokytojui(ui).
5. Patirties įprasminimas	Aptariama ir apibendrinama, kuo svarbi, naudinga ir pan. buvo patirtis pamokoje. Jei reikia, mokytoja(s) paaiškina pamokos tikslą.
6. Suvokimo plėtojimas	Patirties pamokoje suvokimas susiejamas su kitais kontekstais – platesne dalyko tema, teorijomis ir kita.

Vaidmeninių žaidimų ir socialinės dramos pamokoms būdinga tai, kad jos dažniausiai pradedamos ne tikslo ar uždavinio formulavimu, o mokinių „panardinimu“ į veiksmą. Kai mokytoja(s) siekia sukelti kuo natūralesnį mokinių elgesį, išankstinis pamokos tikslo pasakymas sužlugdytų pamoką.

Šiose pamokose, skirtose nuostatoms, elgesio būdai ir socialiniams santykiams tyrinėti bei keisti, pamokos paskirties suvokimas atsiranda po patirties refleksijos, tai yra pamokos pabaigoje ar net po jos. Tuo tarpu pamokos pradžioje pateikiamos tik užduočių instrukcijos. Jei pamokos laiko neužtenka visai veiklų sekai įgyvendinti, jos išdėstomos per dvi ar daugiau pamokų. Težtinumas užtikrinamas išsaugant stebėtojų užrašus, atliktus darbus ar net garso įrašus, nuotraukas, filmus.

Tikslingo mokymo reikalavimas nereiškia, kad mokiniai kiekvienu atveju turi žinoti bendrąjį pamokos ar jų ciklo tikslą. Jį privalo žinoti mokytoja(s), o mokiniams, atsižvelgiant į pasirinktą metodą, pakanka konkretaus mokymosi pamokoje tikslo paaiškinimo arba tik aiškiai suformuluotą veiklos uždavinį.

Diskusijų, mokymosi tyrinėjant ar probleminio mokymosi pamokos yra panašios į tiesioginio mokymo pamokas dėl mokinių sąmoningumo – jie žino, ko siekia, kodėl ką nors daro – tačiau pamokos dažniausiai pradedamos ne tikslo formulavimu, o klausimu. Šiose pamokose sunkiau valdyti laiką, nes atsakymų į klausimus ieškoma nevienodu tempu, gali būti pakliūnami į mąstymo akligatvius ar daroma klaidų, kurias reikia rasti ir taisyti. Veiklų organizavimas tokiose pamokose yra situacinis, grupinis, o norint, kad visi mokiniai tuo pat metu pereitų prie baigiamųjų užduoties etapų, darbą klasėje tenka derinti su namų užduotimis.

Mokymosi tyrinėjant veiklų seka

Pamokos dalis	Veiklos
1. Įvadas – „kabliukas“	Pasakojimas, demonstravimas, teksto skaitymas ar pan., pristatantis tyrimo sritį, situaciją ar problemą.
2. Tyrimo klausimo formulavimas	Mokytojo(s) ir mokinių kuriami tyrimo klausimai.
3. Hipotezių kūrimas	Galimų atsakymų į tyrimo klausimus sąrašo sudarymas.
4. Hipotezių patikrinimo planavimas	Numatymas, koku būdu būtų galima patikrinti kiekvienos hipotezės teisingumą. Tyrimo žingsnių planavimas. Darbų pasiskirstymas.
5. Duomenų rinkimas	Įrodymų, tinkamų hipotezei patvirtinti ar atmesti, rinkimas numatytu būdu – atliekant eksperimentus, apklausas, stebėjimus, skaitant tekstus ir kt.
6. Duomenų analizė	Surinktų duomenų tvarkymas ir „skaitymas“, tai yra siekis išvelgti, ką jie rodo, interpretavimas. Mokytoja(s) gali padėti mąstydami garsiai.
7. Išvados ir jų plėtojimas	Tyrimo rezultatai lyginami su hipotezėmis, bandoma paaiškinti, kodėl jos pasitvirtino arba ne. Ieškoma bendresnės tyrimo prasmės – kur dar, kam, kada mokinių atradimai gali būti naudingi.
8. Rezultatų pristatymas	Įrodymai ir išvados pristatomi pasirinktu būdu: žodžiu ar raštu, tekstu, vaizdu ar skaičiais.

Gera pamokos struktūra gali būti labai įvairi. Kaip garsai muzikoje, spalvos paveiksle, žingsniai šokyje ar produktai kulinarijoje, tam tikras mokymo elementų rinkinys gali sudaryti labai skirtingus derinius. Negali sakyti, kad nėra dėsnių, paverčiančių tuos derinius tinkamais arba ne, tačiau jų taikymo ribos yra labai plačios.

Tai, kas paverčia bet kokią pamokos struktūrą gera, yra ne dogmatiškas kokio nors metodinio modelio taikymas, bet veiklų logika – jos turi būti tikslingai nuoseklios, kad mokiniai jaustųsi dalyvaujantys prasmingoje, aiškios paskirties veikloje, o užsibrėžti pamokos tikslai būtų pasiekti.

Šaltinis: V. Vaicekauskienė „GEROS PAMOKOS RECEPTAI“
Matematikos mokytoja metodininkė Lina Grybauskienė

Standartizuoti testai 8 klasių mokiniams

Standartizuotos programos ir testai yra tik įrankiai, todėl galutinę sėkmę (ar nesėkmę) dažniausiai nulemia tai, kaip kompetentingai jie yra panaudojami. Veiksmingumas priklauso ne tik nuo to, ar taikomos šiuolaikinės ugdymo kokybės užtikrinimo procedūros, bet taip pat ir nuo to, ar laikomasi svarbiausių kokybės užtikrinimo principų, kaip atsižvelgiama į konkrečias aplinkybes. Testavimas pats savaime nėra toks veiksmingas kaip kiti, labiau į mokinį orientuoti mokymo ir mokymosi metodai. Tačiau kokybiškas testavimas, gerai suderintas su kitais mokymo ir mokymosi metodais, gali tapti esmine didele pridėtinę vertę sukurančio modernaus mokymo ir mokymosi proceso sudedamąja dalimi. Reikia tik maksimaliai išnaudoti šiuolaikinio testavimo privalumus ir stengtis neleisti pasireikšti trūkumams. Svarbiausi testavimo privalumai – jo teikiamos vertinimo informacijos patikimumas ir nesudėtingas interpretavimas. Testavimo trūkumai – sunkumai, kylantys vertinant testais mokinių aukštesnio lygio mąstymo gebėjimus, ir vadinamasis „mokymasis testams“, išprovokuotas neapgalvoto prastos kokybės testų naudojimo. Pastarųjų kelių dešimtmečių švietimo tyrimai rodo, kad geriems mokymo ir mokymosi rezultatams pasiekti ypač svarbus formuojamasis mokinių pasiekimų vertinimas. Testavimas ilgą laiką buvo beveik be išlygų priskiriamas prie apibendrinamojo vertinimo. Formalusis mokinių pasiekimų vertinimas dažnai buvo tapatinamas su apibendrinamoju vertinimu, o neformalusis – su formuojamoju. Šiuo metu padėtis pasikeitė, švietimo ekspertai vis dažniau kalba apie formalųjį formuojamąjį ir neformalųjį apibendrinamąjį vertinimą. Pastebėta, kad testavimas duoda daug daugiau naudos mokiniams, jei jis naudojamas ne tiek apibendrinamajam, kiek formuojamajam vertinimui. Naudojant testavimą formuojamajam vertinimui, jis padeda diagnozuoti, kokias savo žinias ir gebėjimus mokiniai turėtų patobulinti. Po testavimo mokiniams teikiama grįžtamojo ryšio informacija padeda ištaisyti padarytas klaidas. Suklydę atlikdami testą mokiniai privalo turėti galimybę sistemingai dirbti, tobulintis ir išmokti atlikti analogiškas užduotis teisingai.

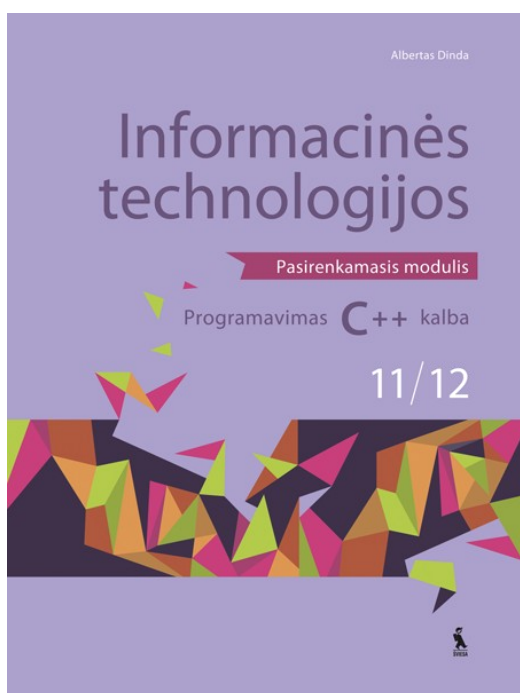
Dar daugiau naudos testavimas gali duoti, jei jis tampa mokiniui savo mokymąsi padedančio reguliuoti grįžtamojo ryšio dalimi. Grįžtamasis ryšys padeda mokiniui suprasti, ką jis padarė gerai (atlieka pozityvaus pastiprinimo vaidmenį) ir ką jis turi pagerinti (koreguoti, išmokti, pakeisti). Grįžtamasis ryšys taip pat padeda aiškiau suvokti mokymosi tikslus. Jis gali būti aukštos kokybės tik tada, kai yra aiškūs vertinimo kriterijai. Kokybiškame grįžtamajame ryšyje visada yra tam tikra patikslinanti ir detalizuojanti informacija apie vertinimo kriterijus ir mokinio rezultatų atitiktį vertinimo kriterijams. Standartizuoti testai parengti pagal standartizuotas programas, kuriose yra aiškiai ir detalai pagal dalyko sritis ir mokinių pasiekimų lygius aprašyti mokinių pasiekimų vertinimo kriterijai, todėl standartizuotų testų informaciją ypač patogu naudoti teikiant mokiniams mokytis padedančią grįžtamąjį ryšį. Mokiniai turi gauti grįžtamąjį ryšį ne tik apie tai, kokias užduotis jie gali atlikti, bet taip pat ir apie savo gebėjimus atlikti veiksmų sekas, procedūras ir strategijas. Tokią informaciją gali teikti tik labai kokybiški testai, kuriuose įkomponuotas ne tik žinių atgaminimo, bet ir supratimo, taikymo bei aukštesnio lygio mąstymo gebėjimų vertinimas. Standartizuotų testų sudarytojai pasirūpino, kad jų sukurti testai teiktų daug daugiau, nei yra įprasta, minėto pobūdžio informacijos.

Testų efektyvumas labai priklauso nuo to, koks klimatas vyrauja mokykloje ar klasėje. Mokiniai (ir mokytojai) neturi bijoti testų. Testavimas turi tapti bendradarbiavimo siekiant gerų mokymosi rezultatų dalimi. Reikia siekti, kad grįžtamojo ryšio informacija mokiniams būtų emociškai paveiki.

Matematikos mokytoja metodininkė Asta Abramovičienė

Mokykimės programuoti C++ kalba

Lietuva nėra turtinga naudingų iškasenų, čia neišvystyta metalurgijos, mašinų gamybos, deimantų ar brangiųjų metalų apdorojimo pramonė, todėl gabiame jaunuoliui renkantis profesiją reikėtų orientuotis į inžinerines specialybes. Viena iš jų yra



programavimas. Ji yra perspektyvi, nes kiekvieną dieną atsiranda vis naujų išmaniųjų įrenginių, kurių darbas be programų yra tiesiog neįmanomas. Minėti įrenginiai faktiškai yra miniatiūriniai kompiuteriai, kuriuos valdo programos. Taip pat nereikėtų pamiršti robotikos, arba robototeknikos, kuri tampa vis aktualesnė. Dabar robotai yra valdomi kompiuteriais net ir per atstumą. Jie iš detalių surenka laikrodžius, tikrina interginius lustus, dažo automobilius ir netgi vairuoja traukinius. Be robotų neįmanomos žmogui pavojingos veiklos sferos: darbas giliai po vandeniu arba esant aukštai temperatūrai, branduolinių reaktorių aptarnavimas ir kt.

Vadovėlis XI–XII klasėms apima visą turinį, apibrėžtą atnaujintoje Vidurinio ugdymo informacinių technologijų išplėstinio kurso programavimo modulio programoje. Jis skiriamas XI–XII klasių mokiniams ir tiems, kurie nesimokė programavimo C++ kalba IX–X klasėse. Mokomosios medžiagos, padėsiančios greitai įveikti patirties stygių, yra pakankamai. Pirmas skyrius parengtas, siekiant išlaikyti medžiagos pateikimo nuoseklumą ir vientisumą.

Vadovėlio skyrių ir skyrelių struktūra yra vienoda. Kiekvienas skyrius pradeda mas trumpu apibūdinimu, o skyrelis – supažindinimu su pagrindinėmis sąvokomis ir teiginiais. Skyrelio pabaigoje prisimenama, ko buvo mokytasi, pateikiama klausimų ir užduočių. Skyreliai skirstomi į smulkesnes dalis, kurios yra logiškai užbaigtos ir apima tam tikrą nedidelę skyrelio medžiagos dalį. Vadovėlyje pateikiama ne tik programų fragmentų, bet ir visų programų tekstų. Jie skiriami savi-kontrolėi ir aiškinimų analizei, jei mokiniui nepavyktų suformuoti veikiančios programos.

Aiški ir suprantama užduočių sistema. Ypač įdomios projekcinės (tęstinės) užduotys, kurios, pradėtos spręsti kurso pradžioje, baigiamos kurso pabaigoje. Šios užduotys nuolat tobulinamos, visiškai dokumentuojamos, grįžtama prie ankstesnių ir prisimenamos panaudotos programavimo konstrukcijos ir algoritmai. Jų tikslas – gauti visiškai dokumentuotą, tvarkingai parašytą programą. Labai vertingi vadovėlio paskutiniai skyriai – priedai.

C++ programavimo kalbos sintaksė yra nesudėtinga, o kalbos galimybės nepaprastai didelės. Tai profesionaliems programuotojams skirta kalba. Be to, palyginus su kitomis programavimo kalbomis, gausu nemokamų terpių, skirtų programuoti C++. Pradedantiejiems tai Code::Blocks, Dev-C++, o pažengusiems – MS Visual C++ Express Edition, kuria jau galima sukurti visavertę programą su grafine sąsaja. Malonu, kad Microsoft leidžia naudotis pastarąja programa nemokamai, jei registruodamiesi nurodote, kad ją skirsite mokymuisi.

Sėkmingai įveikus šį vadovėlį ir bendrojo kurso programą galima ryžtis laikyti valstybinį informacinių technologijų egzaminą, kurio 50% yra programavimas. Jeigu jums patinka matematika, fizika, chemija, informatika, gerai sekasi mokytis užsienio kalbų – jūs galite drąsiai siekti inžinerinio išsilavinimo. Galite bandyti stoti į KTU, VGTU arba VU specialybes, susijusias su informacinių technologijų arba kokia nors kita inžinerija.

Informacinių technologijų mokytojas ekspertas Albertas Dinda

Naujų IKT taikymo ugdymo procese patirties apibendrinimas

Informacinių ir komunikacinių technologijų diegimo į Lietuvos švietimą 2005–2007 metų strategijoje, patvirtintoje Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministro 2004 m gruodžio 14 d įsakymu Nr ISAK-2015, teigiama, kad IKT vis labiau veikia mokymo ir mokymosi metodus, daro įtaką ne tik mokymo turiniui, bet ir visam ugdymo procesui. Mokyklos turi pajusti aiškia IKT taikymo ugdymo procesui naudą: planuojamas IKT taikymo proveržis kai kuriuose mokomuosiuose dalykuose ar srityse. Norint įgyvendinti strategijos nuostatas, reikia intensyviai ugdyti IKT įgūdžius ne tik informacinių technologijų pamokose, bet ir taikyti šias technologijas kitų mokomųjų dalykų mokymo ir mokymosi veiksmingumui didinti.

Atsižvelgiant į tai 7–8 klasių koncentre naudojimosi informacinėmis technologijomis įgūdžių ugdymas orientuojamas į integraciją su kitais ugdymo dalykais; siekiama skatinti mokinius taikyti informacines ir komunikacines technologijas mokantis kitų dalykų, sudarant sąlygas jiems pasiekti bendrojo kompiuterinio raštingumo lygį. Pagal pagrindinio ugdymo bendrąsias programas integravimo galimybių su kitomis ugdymo turinio sritimis, mokantis informacinių technologijų, yra labai daug. Gebėjimai naudotis IKT ugdomi mokant kalbų, matematikos, gamtos, socialinių mokslų, technologijų.

Taip ir yra realizuojamas integruotas informacinių technologijų kursas mūsų gimnazijoje. Jau trečius metus vedame integruotas pamokas 7-8-ose klasėse. Su įvairių dalykų mokytojais suderiname pagal pamokų tvarkaraštį integruotą programą kiekvienam mėnesiui. Sutartą dieną mokytojai mieliai ateina į informacinių technologijų kabinetą vesti pamokų. Mokiniais irgi aišku, kad tai integruota pamoka ir teks rodyti ne tik dalyko, bet ir kompiuterinio raštingumo žinias. Gimnazijoje yra pakankamai tinkamos kompiuterinės technikos ir mokomosios programinės įrangos tam, kad mokiniams sudarytume sąlygas jų įgytas kompiuterinio raštingumo žinias ir gebėjimus panaudoti kryptingos veiklos įgūdžiams lavinti. Per metus pavyksta integruoti pamokas beveik su visais jau minėtais mokomaisiais dalykais.

7-8 klasių koncentro pagrindinį privalomąjį kursą sudaro 4 veiklos sritys:

- informacijos tvarkymas kompiuteriu;
- tekstinių dokumentų kūrimas, tvarkymas ir spausdinimas;
- duomenų apdorojimas ir pateikimas skaičiuokle;
- pateikčių rengimas ir pristatymas.

Šių veiklos sričių gebėjimai, taip pat 5-6 klasių koncentro veiklos sričių „Internetas ir jo paslaugos“, „Piešimas kompiuteriu“ gebėjimai pagal bendrąsias informacinių technologijų programas toliau ugdomi mokant kitų mokomųjų dalykų, integruotai. Visas integruotų su IT pamokų procesas turi būti tiksliai, nepriekaištingai suplanuotas. Su integruojamo dalyko mokytoju visada aptariame pamokos tikslą, abiejų dalykų uždavinius, kokią programinę įrangą naudosime, ar mokiniai pakankamai pasirengę, kaip jie bus įtraukti į aktyvią, kryptingą praktinę mokymosi veiklą (metodai, būdai), ugdymo dalykus integruojančias užduotis (jos parengiamos iš anksto). Labai svarbu panaudoti IKT ugdant kūrybiškumą, smalsumą, kryptingos veiklos įgūdžius. Informacinės technologijos turėtų būti natūraliai naudojamos visų dalykų pamokose – ten, kur jų prireikia. Šiuo atžvilgiu, manau, ypač vertingas anksčiau įvardytas projektų rengimo metodas ir pateikčių rengimas. Projektų tikslas — sudaryti sąlygas mokiniams naudotis šiuolaikinėmis informacinėmis technologijomis ieškant informacijos, ją apdorojant ir pateikiant bei savo įgytas žinias ir mokėjimus panaudojant kryptingos veiklos įgūdžiams lavinti.

Pagal pagrindinio ugdymo bendrąsias programas mokiniai turi gebėti valdyti pagrindines pateikčių rengyklės priemones, kryptingai planuoti pateikties rengimą ir pristatymą bei drąsiai ir aiškiai pristatyti parengtą darbą, t.y. demonstruoti, komentuoti žodžiu. Todėl pateikčių įvairiomis temomis rengimas ir pristatymas dažniausiai naudojama praktinė veikla per integruotą istorijos, geografijos, lietuvių, anglų kalbų, kūno kultūros su informacinėmis technologijomis pamoką. Tai ugdo mokinių gebėjimą tikslingai ieškoti, pasirinkti ir vertinti informaciją, gebėti aiškiai ir argumentuotai dėstyti savo mintis žodžiu ir raštu, gebėti kūrybiškai improvizuoti, taip pat skatina mokinių ir mokytojo bendravimą ir bendradarbiavimą. Tokios pamokos metu mokytojai yra konsultantai ir patarėjai. Mokinių pasiekimus ir pažangą kiekvienas mokytojas vertina pagal savo nustatytus kriterijus, o mano reikalavimus ir taškų kiekį už šių reikalavimų vykdymą mokiniai žino iš anksto. Taip pat praktikuojamas pateiktų pranešimų įsivertinimas ir kolektyvinis aptarimas. Mokiniai pastebi pranešėjų dalykines bei gramatines klaidas, pasako savo nuomonę. Kartais tai nulemia galutinio pažymio vertę.

Vyko integruotos informacinių technologijų ir chemijos, fizikos, rusų bei matematikos pamokos, per kurias mokiniai kryptingai naudojo skaičiuoklės programos galimybes, valdė pagrindines skaičiuoklės priemones, vaizduodami duomenis lentelėje, ją tvarkydami. Apdorodavo skaitinius duomenis taikydami duomenų formatus, paprasčiausias formules ir funkcijas. Atlikdami skaičiavimus taikydavo santykinės langelio koordinatas, kopijavo formules. Vaizdavo duomenis diagramose, konvertavo EXCEL programos darbą į WORD dokumentą.

Per lietuvių, rusų, anglų kalbų integruotas pamokas organizuojamas praktinis darbas, kuriuo siekiama išmokyti pritaikyti standartines lenteles savo reikmėms: įterpti ir šalinti, sulieti langelius, eilutes ir stulpelius, keisti jų aukštį ir plotį, išdėstyti jose tekstą, tinkamai jį sulygiuoti. Mokiniai pratinami prie tekstų rengimo taisyklių: lietuviškų kabučių, brūkšnių ir brūkšnelių, pirmosios pastraipos eilutės, antraštės reikalavimų, pastraipų lygiavimo. Taip pat išmoksta keisti pagrindinius teksto elementų formatus: šriftą, jo stilių (pusjuodį, kursyvą), dydį, spalvą lygiuoja pastraipas (tam tikra meniu juostos komanda), atitraukia pirmąją pastraipos eilutę, išlaiko vientisą dokumento stilių. Įterpia į tekstą paveikslus (iš galerijos, failo, interneto arba fotoaparato), juos atitinkamai tvarko (keičia dydį, lygiuotę). Prireikus moka parengtą dokumentą atspausdinti.

Darbo efektyvumas ir integruotų pamokų mokinių rezultatai priklauso nuo to:

- kaip pedagogai organizuoja ir palaiko mokymosi procesą,
- mokinių asmeninių savybių ir gebėjimų,
- mokinių suskirstymo į grupes,
- mokomojo dalyko,
- mokytojo pasirengimo,
- pasirinktos programinės įrangos ypatybių,

ar mokiniai jau įgiję pakankamai patirties mokydami IKT kaip mokomojo dalyko. Vedant integruotas pamokas pastebėta, kad patraukli informacinių technologijų ugdymui mokymosi aplinka sukuriama tik tada, kai:

mokiniams skiriamos įdomios, įvairius ugdymo dalykus integruojančios užduotys; mokiniai naujų žinių įgyja ir gebėjimus ugdo praktinės veiklos metu; mokytojai yra konsultantai ir patarėjai, o ne vien žinių perteikėjai; mokiniai aktyviai įsitraukia į mokymosi procesą, bendrauja ir bendradarbiauja, o ne tik stengiasi įsiminti mokytojo pateiktą informaciją; mokytojai diferencijuoja užduotis ir individualizuoja mokymą; vertinama kiekvieno mokinio individuali pažanga, o ne nustatomas visų mokinių žinių lygis. Mokydami informacinių technologijų, mokiniai įgyja informacinę komunikacinę kompetenciją, kuri suprantama kaip kompiuterinio raštingumo, žinių, įgūdžių ir gebėjimų orientuotis informacijos pasaulyje visuma. IKT kompetencijai mokinių bendravimas ir bendradarbiavimas yra labai svarbus. Bendradarbiavimas duoda daug naudos jau vien dėl to, kad mokinių gebėjimai naudotis IKT labai skiriasi. Jie tarsi nejučia gali labai greitai vienas iš kito perimti operacinius gebėjimus. Bendradarbiaudami, dirbdami grupėje ar poroje mokiniai mokosi padėti vienas kitam, gerbti vienas kito nuomonę, susitarimus, jausti atsakomybę už bendrą darbą, jo kokybę. Tokiu būdu ugdo ir bendrąsias ugdymo proceso kompetencijas (socialinę, asmeninę ir t.t.).

Apibendrinama norėčiau akcentuoti, kad IKT naudojimas ugdymo procese padeda kurti naują informacijos šaltinių ir bendravimo priemonių įvairovę turinčią mokymosi aplinką, kurioje lengva ugdyti kritinio mąstymo įgūdžius, integruoti įvairių sričių temas, taikyti aktyvius mokymo metodus, išryškinti ir lavinti individualius vaiko gebėjimus, mokyti dirbti savarankiškai ir grupėmis.

Informacinių technologijų mokytoja metodininkė Marija Gučienė

Trigonometrinių lygčių sprendimas

Paprasčiausios trigonometrinės lygtys

Šių lygčių pavidalas yra $f(ax + b) = c$, čia f yra viena iš funkcijų \sin , \cos , tg , ctg , o a , b ir c — skaičiai. Bendrasis sprendinio pavidalas išreiškiamas žinomomis formulėmis:

Lygtis	Sprendiniai	Pastabos
$\sin(x) = a$	$x = (-1)^k \arcsin(a) + \pi k; k \in Z, a \leq 1$	Kai $ a > 1$ lygtis sprendinių neturi
$\cos(x) = a$	$x = \pm \arccos(a) + 2\pi k; k \in Z, a \leq 1$	Kai $ a > 1$ lygtis sprendinių neturi
$\operatorname{tg}(x) = a$	$x = \operatorname{arctg}(a) + \pi k; k \in Z$	
$\operatorname{ctg}(x) = a$	$x = \operatorname{arcctg}(a) + \pi k; k \in Z$	

Toliau kalbėsime apie sudėtingesnes trigonometrines lygtis ir jų sprendimo būdus. Pateiksiu lygtis tokio pavidalo, kuris yra būdingas tam lygčių tipui. Jei lygtis yra užrašyta taip, kad neįmanoma nustatyti, kuriam tipui ji priklauso – ją reikia bandyti pertvarkyti į vieną iš būdingų tipų. Tam yra panaudojami to paties argumento, dvigubo argumento ir kt. funkcijų sąryšiai. Juos jūs privalote gerai žinoti, o pertvarkymo veiksmus numatyti bent dviem žingsniais į priekį.

Skaidomos dauginamaisiais trigonometrinės lygtys. Dažniausiai tai būna to paties argumento trigonometrinių funkcijų reiškinys, prilygintas nuliui, pavyzdžiui:

$$\sin^2(x) - 0,5 \sin x = 0$$

Pradedame spręsti išskeldami $\sin(x)$ prieš skliaustus:

$$\sin(x) (\sin(x) - 0,5) = 0; \quad \text{Toliau belieka pasinaudoti sandaugos savybe:}$$

$$\begin{cases} \sin(x) = 0; \\ \sin(x) = 0,5; \end{cases} \quad x = \pi k; x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k; k \in Z.$$

Iš čia turime sprendinius

$$x = \pi k; x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k; k \in Z.$$

Ats.:

Išnagrinėkime dar vieną pavyzdį:

$$\sin^2(x) - 3 \sin(x) \cos(x) = 0$$

Čia taip pat galima išskelti $\sin(x)$:

$$\sin(x) (\sin(x) - 3 \cos(x)) = 0; \quad \text{Iš čia gauname:}$$

$$\begin{cases} \sin(x) = 0; \\ \sin(x) - 3 \cos(x) = 0; \end{cases}$$

Pirmąją mokame spręsti, o antrąją galime drąsiai dalinti iš $\cos(x)$, nes $\sin(x)$ ir $\cos(x)$ su ta pačia argumento reikšme nevirsta nuliui:

$$\sin(x) - 3 \cos(x) = 0; \Rightarrow \operatorname{tg}(x) = 3;$$

Sprendiniai: $x = \pi k; x = \operatorname{arctg}(3) + \pi k; k \in Z.$

Ats.: $x = \pi k; x = \operatorname{arctg}(3) + \pi k; k \in Z.$

Homogeninės trigonometrinės lygtys. Jos gali būti pirmojo, antrojo, trečiojo ir t.t. laipsnių. Visi lygties dėmenys turi tą patį laipsnį, o trigonometrinės funkcijos \sin ir \cos – tą patį argumentą. Lygčių pavyzdžiai:

$$2 \sin(x) - \cos(x) = 0$$

$$2 \sin^2(x) - 3 \sin(x) \cos(x) + \cos^2(x) = 0$$

$$5 \sin^3(x) - 4 \sin^2(x) \cos(x) = 0$$

Tai pirmojo, antrojo ir nepilnoji trečiojo laipsnio homogeninės lygtys. Atkreipkite dėmesį, kad lygčių dešinėje pusėje yra nuliai. Nepilnos homogeninės lygtys (kuriuose trūksta dėmenų) sprendžiamos skaidant dauginamaisiais. Jos skyla į elementarią lygtį ir žemesnio laipsnio pilną (arba nepilną) homogeninę lygtį. Detaliau panagrinėkime pilnųjų homogeninių lygčių sprendimą. Sprendimas remiasi gerai žinomu faktu, kad abidvi funkcijos $\sin(x)$ ir $\cos(x)$ su ta pačia argumento reikšme nėra lygios nuliui. Jei viena lygi nuliui, tai kita būtinai nelygi jam. Ankstesniame pavyzdyje mes taip ir pasielgėme. Reikia pažymėti, kad ten mes turėjome nepilną antrojo laipsnio homogeninę lygtį. Pilnosios homogeninės lygties abidvi pusės galima padalinti iš $\cos(x)$. Galima dalinti ir iš $\sin(x)$, tačiau sprendimas gali būti ne toks patogus. Išspręskime antrąjį pavyzdį:

$$2\sin^2(x) - 3\sin(x)\cos(x) + \cos^2(x) = 0 \quad ; \text{ Abidvi pusės daliname iš } \cos^2(x) :$$

$$2\tg^2(x) - 3\tg(x) + 1 = 0 \quad ; \text{ Galime įvesti keitinį } \tg(x) = z, \text{ tuomet lygtis išvis supaprastėja:}$$

$$2z^2(x) - 3z(x) + 1 = 0 \quad ; \text{ Jos šaknis nesunku rasti: } z_1 = 0,5; z_2 = 1,5; \quad \text{Dabar turime grįžti prie trigonometrinių funkcijų:}$$

$$\begin{cases} \tg(x) = 0,5; \\ \tg(x) = 1,5; \end{cases} \quad \text{Tai duoda sprendinius} \quad \begin{cases} x = \arctg(0,5) + \pi k; k \in Z; \\ x = \arctg(1,5) + \pi k; k \in Z; \end{cases}$$

Ats.: $x = \arctg(0,5) + \pi k; x = \arctg(1,5) + \pi k; k \in Z;$

Lygtys, sprendžiamos žeminant trig. funkcijos laipsnį (stambinant argumentą). Tam naudojami sąryšiai:

$$2\cos^2(\alpha) = 1 + \cos(2\alpha)$$

$$2\sin^2(\alpha) = 1 - \cos(2\alpha)$$

Pavyzdžiui: $\sin^2(3x) = 0,5$. Ją pertvarkome $2\sin^2(3x) = 1; \Rightarrow \cos(6x) = 0; \Rightarrow 6x = \frac{\pi}{2} + \pi k; \Rightarrow$

$$x = \frac{\pi}{12} (1 + 2k) k \in Z;$$

Ats.: $x = \frac{\pi}{12} (1 + 2k) k \in Z;$

Pridėję dar vieną sąryšį $\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)$ galime sinusą ir kosinusą pakeisti dvigubai mažesnio argumento trigonometrinėmis funkcijomis, tiesa, tuomet kyla funkcijos laipsnis. Pavyzdžiui, lygtis $\sin x + \cos x = 1$ nėra homogeninė, tačiau jos negalime spręsti, nes skirtingos trigonometrinės funkcijos. Smulkinant argumentą dvigubai trigonometrinių funkcijų

laipsnis pakyla iki antrojo. Skaičius $1 = \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2}$, tai lygtis pavirstų antrojo laipsnio homogenine lygtimi. Spen-

džiame: $\sin x + \cos x = 1 \quad ; \Rightarrow 2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + 1 - 2\sin^2 \frac{x}{2} = 1 \quad ; \Rightarrow \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = 0 \quad ; \Rightarrow$

$$\sin \frac{x}{2} \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \right) = 0 \quad ; \Rightarrow \begin{cases} \sin \frac{x}{2} = 0; \\ \cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} = 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \pi k; \\ \tg \frac{x}{2} = 1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \pi k; \\ \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi k; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\pi k; \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k; \end{cases}$$

Ats.: $x = 2\pi k; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k; k \in Z$

Spręsdami tikrai buvome gavę antrojo laipsnio homogeninę lygtį, tačiau ji buvo nepilna – išskaidėme dauginamaisiais.

Kampų sumos formulių taikymas. Prisiminkime $\sin(\alpha \pm \beta)$ ir $\cos(\alpha \pm \beta)$. Lygtys šių sąryšių taikymui nėra sudėtingos, nors atrodo labai grėsmingai:

$$\cos 2x \cdot \cos 5x - \sin 5x \cdot \sin 2x = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \cos(2x + 5x) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

. Nesunkiai atpažįstame, kad tai . Toliau paprasta:

$$\cos(7x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad ; \Rightarrow \quad 7x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k \quad ; \Rightarrow \quad x = \pm \frac{\pi}{28} (1 + 8k) k \in Z.$$

$$x = \pm \frac{\pi}{28} (1 + 8k) k \in Z.$$

Ats.:

Lygtys, suvedamos į kvadratinę. Tai lygtys su sinusu ir kosinusu arba tangentu ir kotangentu, dažniausiai to paties argumento, pavyzdžiui:

$$2\sin^2 x - 7\cos x - 5 = 0;$$

$$\cos 2x - 5\sin x - 3 = 0;$$

$$\operatorname{tg} x - 2\cos x = 0;$$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2;$$

Tokiose lygtyse, tinkamai atlikus tapačius pertvarkius, pasilieka viena to paties argumento trigonometrinė funkcija. Šios funkcijos atžvilgiu lygtis būna kvadratinė. Toliau įvedus keitinį sprendžiama lengvai. Išspręskime pirmąjį pavyzdį:

$$2\sin^2 x - 7\cos x - 5 = 0; \Rightarrow 2 - 2\cos^2 x - 7\cos x - 5 = 0; \Rightarrow 2\cos^2 x + 7\cos x + 3 = 0; \cos x = z; |z| \leq 1; \Rightarrow$$

$$z_1 = -3; (\text{netinka})$$

$$2z^2 + 7z + 3 = 0; \Rightarrow z_2 = -0,5; \Rightarrow \cos x = -0,5; \Rightarrow x = \pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi k; k \in Z;$$

$$x = \pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi k; k \in Z;$$

Ats.:

Išspręskime trečiąjį pavyzdį. Pirmiausiai reikės atsisakyti tangento:

$$\operatorname{tg} x - 2\cos x = 0; \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} - 2\cos x = 0; \Rightarrow \frac{\sin x - 2\cos^2 x}{\cos x} = 0; \Rightarrow \frac{2\sin^2 x + \sin x - 2}{\cos x} = 0; \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2\sin^2 x + \sin x - 2 = 0; \sin x = z; |z| \leq 1; \\ \cos x \neq 0; \left(x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k; k \in Z \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4} < -1; (\text{netinka}) \\ z_2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\sin x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}; \Rightarrow x = (-1) \arcsin \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} + \pi k; k \in Z;$$

$$x = (-1) \arcsin \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} + \pi k; k \in Z;$$

Ats.:

Lygtys, sprendžiamos su trigonometrinių funkcijų sumos formulėmis. Neužmirškite, keičiasi ne tik trigonometrinių funkcijų pavadinimai, bet ir funkcijų argumentai. Lygčių pavyzdžiai:

$$\sin x + \sin 3x = 4\cos^3 x;$$

$$\cos 7x + \sin 8x = \cos 3x - \sin 2x;$$

Išspręskime pirmąjį pavyzdį. Sinusų sumą keičiame sandauga:

$$\sin x + \sin 3x = 4\cos^3 x; \Rightarrow 2\sin 2x \cdot \cos x - 4\cos^3 x = 0; \Rightarrow \cos x \cdot (2\sin 2x - 4\cos^2 x) = 0; \Rightarrow$$

$$\cos x \cdot (4 \sin x \cos x - 4 \cos^2 x) = 0; \Rightarrow 4 \cos^2 x \cdot (\sin x - \cos x) = 0; \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0; \\ \sin x - \cos x = 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0; \\ \cos x = \sin x; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \cos x = 0; \\ \operatorname{tg} x = 1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \pi k; x = \frac{\pi}{4} + \pi k; k \in Z; \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{2} \pi k; x = \frac{\pi}{4} + \pi k; k \in Z.$$

Ats.:

Lygtys, sprendžiamos trig. funkcijų sandaugą keičiant suma. Čia taip pat keičiasi ir funkcijų pavadinimai, ir argumentai. Lygčių pavyzdžiai:

$$\cos 3x \cdot \cos 2x = \sin 3x \cdot \sin 2x;$$

$$\sin x \cdot \sin 3x = 0,5;$$

Išspręskime antrąjį pavyzdį:

$$\sin x \cdot \sin 3x = 0,5; \Rightarrow 0,5(\cos 2x - \cos 4x) = 0,5; \Rightarrow \cos 2x - \cos 4x = 1; \Rightarrow \cos 2x - 2 \cos^2 2x + 1 = 1; \Rightarrow$$

$$\cos 2x - 2 \cos^2 2x = 0; \Rightarrow \cos 2x \cdot (-2 \cos 2x) = 0; \Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0; \\ \cos 2x = 0,5; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k; \\ 2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k; \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k; \end{cases}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k; x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k; k \in Z.$$

Ats.:

Lygtys, kurių pavidalas $a \sin x + b \cos x = c$. Sprendžiamos įvedant papildomą kampą. Pagrindinė idėja – koeficientus

prieš trigonometrines funkcijas paversti tam tikro kampo sinusu ir kosinusu. Tam skaičiuojamas reiškinys $\sqrt{a^2 + b^2}$. Tuomet

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ galime pažymėti } \sin \phi, \quad \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ pažymėti } \cos \phi \quad (\text{galima ir atvirkščiai, įsitikinkite tuo patys}).$$

Išspręskime lygtį $3 \sin x + 4 \cos x = 2$.

$$\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5;$$

$$\cos \phi = \frac{3}{5}; \sin \phi = \frac{4}{5};$$

$$3 \sin x + 4 \cos x = 2; \Rightarrow \cos \phi \cdot \sin x + \sin \phi \cos x = \frac{2}{5}; \Rightarrow \sin(x + \phi) = \frac{2}{5}; \Rightarrow x + \phi = (-1)^k \arcsin \frac{2}{5} + \pi k;$$

Lieka

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \frac{4}{3}; \phi = \operatorname{arctg} \frac{4}{3};$$

apskaičiuoti kampą ϕ .

Beje, kampas ϕ telpa į intervalą $[-\pi; \pi]$, taigi, periodo nurodyti ne-

$$x = -\phi + (-1)^k \arcsin \frac{2}{5} + \pi k; \quad x = (-1)^k \arcsin \frac{2}{5} - \operatorname{arctg} \frac{4}{3} + \pi k; k \in Z.$$

reikia. Lygties sprendiniai

tiksliau,

$$x = (-1)^k \arcsin \frac{2}{5} - \operatorname{arctg} \frac{4}{3} + \pi k; k \in Z.$$

Ats.:

Uždaviniai savarankiškam sprendimui

1. $\cos 2x + 5 \sin x - 3 = 0$
2. $7 \sin x = 3 \cos 2x$
3. $6 \sin^2 x - \frac{3}{2} \sin 2x - 5 \cos^2 x = 0$
4. $\cos^4 \frac{x}{5} + \sin^2 \frac{x}{5} = 1$
5. $\cos 2x = \cos^3 x - \sin^3 x$
6. $\operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} x$
7. $\sin 6x + \sin 2x = 0,5 \operatorname{tg} 2x$
8. $\cos x - \cos 3x = \sin 2x$
9. $\cos x - \sin x = 1$
10. $\sin x \cdot \sin 3x + \sin 4x \cdot \sin 8x = 0$
11. $2 \cos^2 x + \cos^2 2x = 3$
12. $\sin^2 x - \cos x \cdot \cos 3x = 0,25$
13. $5 \sin x - 12 \cos x = 13$
14. $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = \sqrt{2}$
15. $\sin x + \cos x = 2,5 + 5 \sin x \cdot \cos x$
16. $\sin 3x + \cos 2x = 1$
17. $\sin 3x + 4 \sin^3 x + 4 \cos x = 5$
18. $2 \cos x - \cos \frac{3}{2} x = 1$
19. $\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{8} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{8} = 0,5$
- $4 \sin^2 2x + 2 \cos^2 2x = \cos 8x$

Linkiu gražių sprendimų!

Matematikos mokytojas metodininkas Albertas Dinda

Matematika ir mes: tel. (8-387)5 11 12
Adresas: Adutiškio g. 18, Švenčionys



- Sveikiname**
- tarptautinio informacinių technologijų internetinio konkurso „Conexum“ dalyvius:**
1. Gailiušą Ruslaną, 6b klasės mokinį (107 vieta iš 279)
 2. Pošiūną Luką, 6b klasės mokinį (120 vieta iš 279)
 3. Čereškevičių Igną, 6a klasės mokinį (135 vieta iš 279)
 4. Dručiau Karolį, 6b klasės mokinį (179 vieta iš 279)
 5. Matuką Mindaugą, 7a klasės mokinį (141 vieta iš 346)
 6. Daunoravičių Edviną, 7a klasės mokinį (194 vieta iš 346)
 7. Bartašką Luką, 7a klasės mokinį (196 vieta iš 346)
 8. Gaškauską Joną, 7a klasės mokinį (176 vieta iš 346)

Redaktorės: L. Juodagalvienė, G. Valeikienė
Techniniai redaktoriai: A. Dinda, J. Paulavičienė
Redakcinė kolegija: A. Abramovičienė, M. Gučienė,
L. Gumovskaja, L. Grybauskienė, M. Zenkevičienė.